

Bab 2

Perancangan Percobaan

2.1 Merancang Percobaan

Percobaan adalah suatu kegiatan yang dilakukan untuk membangkitkan data yang merupakan respon dari objek, individu, atau unit yang dikondisikan tertentu. Panduan untuk merancang percobaan meliputi:

- Perumusan masalah
- Pemilihan variabel respon
- Pilih faktor, level, dan range
- Pilih rancangan percobaan
- Melakukan percobaan
- Analisis statistika
- Kesimpulan dan rekomendasi

2.2 Percobaan Perbandingan Sederhana

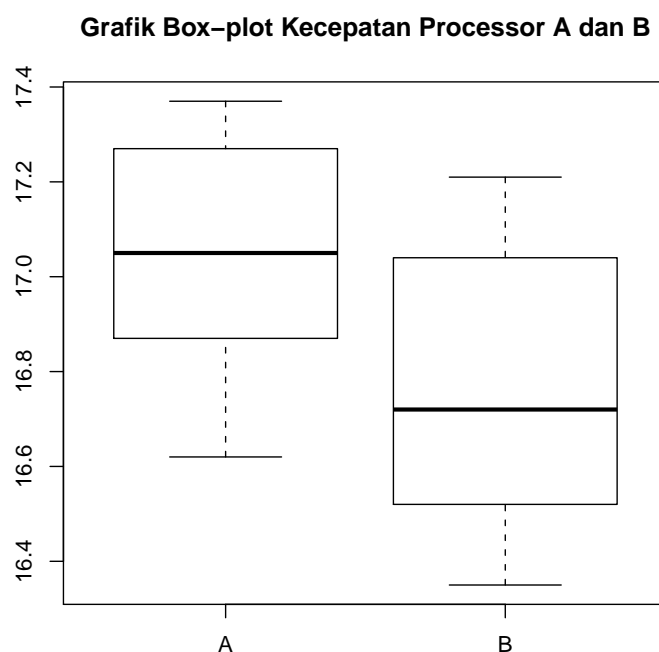
Misalnya seorang teknisi ingin membandingkan kinerja dua processor AMD dan Intel seri tertentu. Kinerja ditentukan oleh kecepatan komputer melakukan suatu proses perhitungan tertentu. Untuk itu dicobakan suatu proses yang sama pada dua komputer A dan B, dimana komputer A menggunakan AMD sedangkan komputer B menggunakan Intel. Spesifikasi lainnya (selain processor) dari kedua komputer tersebut adalah sama. Proses diulang sebanyak 10 kali, dan hasilnya sebagai berikut (**Contoh 1**):

Ulangan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	16.62	16.75	17.37	17.12	16.98	16.87	17.34	17.02	17.08	17.27
B	16.85	16.40	17.21	16.35	16.52	17.04	16.96	17.15	16.59	16.57

Data dapat digambarkan dalam bentuk grafik untuk memudahkan pengambilan kesimpulan dengan menggunakan pengamatan visual. Salah satu grafik statistika yang dapat digunakan adalah **box plot** (atau **box-and-whisker plot**). Box plot menggambarkan nilai minimum, maksimum, kuartil bawah dan atas (atau persentil ke-25 dan ke-75), serta median (persentil ke-50).

```
> d <- read.table(file="data01.dat", header=TRUE)
> summary(d)
> boxplot(d, main="Grafik Box-plot Kecepatan Processor A dan B")
```

A	B
Min. :16.62	Min. :16.35
1st Qu.:16.90	1st Qu.:16.53
Median :17.05	Median :16.72
Mean :17.04	Mean :16.76
3rd Qu.:17.23	3rd Qu.:17.02
Max. :17.37	Max. :17.21



Gambar 2.1: Box-plot Kecepatan Processor A dan B

2.3 Uji Hipotesis

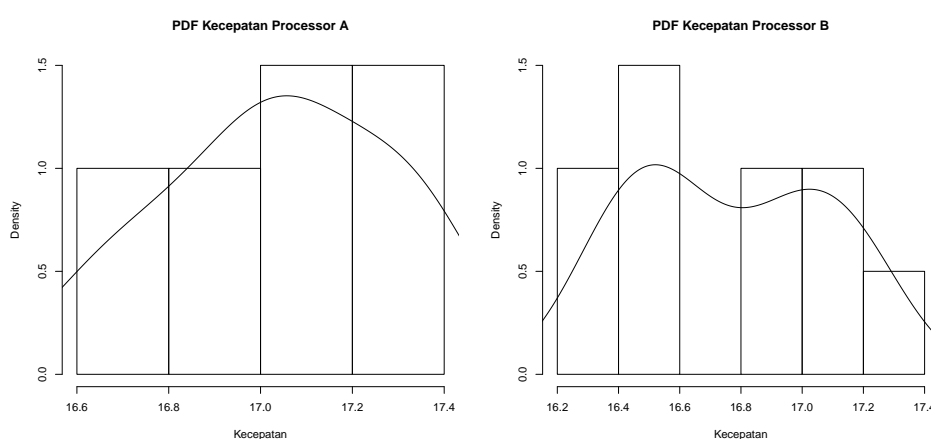
Suatu teknik penarikan kesimpulan secara statistika disebut **uji hipotesis** (atau sering juga disebut sebagai **uji nyata**). Pada percobaan Contoh 1, hipotesis yang akan diuji adalah apakah nilai tengah dari kecepatan kedua processor sama ataukah tidak, yang dapat dituliskan dalam bentuk:

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

dimana μ_A adalah nilai tengah kecepatan processor A , dan μ_B adalah kecepatan nilai tengah processor B . Pernyataan $H_0 : \mu_A = \mu_B$ disebut **hipotesis nol**, dan pernyataan $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$ disebut **hipotesis alternatif**. Hipotesis alternatif $\mu_A \neq \mu_B$ juga disebut sebagai **hipotesis alternatif dua arah** karena dapat bernilai $\mu_A > \mu_B$ atau $\mu_A < \mu_B$.

```
> par(mfrow = c(1, 2))
> hist(d$A, freq=FALSE,
      main="PDF Kecepatan Processor A", xlab="Kecepatan")
> lines(density(d$A))
> hist(d$B, freq=FALSE,
      main="PDF Kecepatan Processor B", xlab="Kecepatan")
> lines(density(d$B))
```



Gambar 2.2: Fungsi Kecepatan Peluang Kecepatan A dan B

Untuk menguji hipotesis, digunakan prosedur pengambilan contoh acak dan menghitung **statistik uji** yang sesuai, dan menyimpulkan untuk menolak atau menerima H_0 . Bagian terakhir ini adalah menentukan nilai untuk statistik uji

untuk menolak H_0 . Nilai inilah yang disebut sebagai **daerah kritis** atau **daerah penolakan** untuk uji.

Ada dua jenis kesalahan ketika dilakukan uji hipotesis, yaitu **salah jenis I** adalah menolak H_0 padahal H_0 benar, dan **salah jenis II** adalah menerima H_0 padahal H_0 salah. Peluang dari dua kesalahan tersebut dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{aligned}\alpha &= P(\text{salah jenis I}) = P(\text{tolak } H_0 \mid H_0 \text{ benar}) \\ \beta &= P(\text{salah jenis II}) = P(\text{terima } H_0 \mid H_0 \text{ salah})\end{aligned}$$

Dan sering juga ditentukan **kuasa uji**, yaitu:

$$\text{power} = 1 - \beta = P(\text{tolak } H_0 \mid H_0 \text{ salah})$$

Prosedur umum dalam pengujian hipotesis adalah menentukan peluang salah jenis I α , dan sering disebut dengan **taraf nyata** dari uji, dan selanjutnya dirancang prosedur uji sedemikian sehingga peluang salah jenis II β seminimum mungkin.

2.3.1 Nilai Tengah dan Ragam Contoh

Misalkan diperoleh data contoh hasil percobaan adalah y_1, y_2, \dots, y_n . Maka **nilai tengah contoh** (atau sering disebut sebagai **rataan**) adalah:

$$\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

dan **ragam contoh** adalah

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}$$

Statistik \bar{y} dan S^2 merupakan **penduga tak bias** bagi μ dan σ^2 , yang berarti bahwa $E(\bar{y}) = \mu$ dan $E(S^2) = \sigma^2$. Nilai $n - 1$ pada formula ragam contoh disebut dengan **derajat bebas**.

2.3.2 Uji t untuk Dua Contoh

Pada percobaan Contoh 1, misalnya diasumsikan bahwa kecepatan processor A dan B memiliki sebaran normal dengan ragam yang identik. Maka untuk menguji hipotesis yang ada, digunakan statistik uji

$$t_0 = \frac{\bar{y}_A - \bar{y}_B}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}} \quad (2.1)$$

dimana S_p^2 adalah penduga ragam umum $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma$ yang dihitung dengan formula

$$S_p^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2} \quad (2.2)$$

Jika $|t_0| > t_{\alpha/2, n_A + n_B - 2}$ maka disimpulkan **tolak** H_0 , dan disimpulkan **terima** H_0 jika selainnya.

Selang kepercayaan $(1 - \alpha)\%$ dari $\mu_A - \mu_B$ adalah

$$(\mu_A - \mu_B) \pm t_{\alpha/2, df} S_p \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}} \quad (2.3)$$

dimana db adalah derajat bebas, yaitu $n_A + n_B - 2$.

Ketika ragam masing-masing populasi diketahui, maka digunakan statistik uji

$$Z_0 = \frac{\bar{y}_A - \bar{y}_B}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}}} \quad (2.4)$$

T-test untuk Percobaan Contoh 1

```
> t.test(d$A, d$B, alternative="two.sided", var.equal=TRUE, conf.level=0.95)

Two Sample t-test

data:  d$A and d$B
t = 2.1869, df = 18, p-value = 0.0422
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.01092661 0.54507339
sample estimates:
mean of x mean of y
 17.042    16.764
```

Jika asumsi bahwa ragam kedua populasi identik tidak terpenuhi, atau $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ maka hipotesis diuji dengan menggunakan statistik uji

$$t_0 = \frac{\bar{y}_A - \bar{y}_B}{\sqrt{\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}}} \quad (2.5)$$

dan digunakan derajat bebas

$$db = \frac{\left(\frac{S_A^2}{n_A} + \frac{S_B^2}{n_B}\right)^2}{\frac{(S_A^2/n_A)^2}{n_A - 1} + \frac{(S_B^2/n_B)^2}{n_B - 1}}$$

```
> t.test(d$A, d$B, alternative="two.sided", var.equal=FALSE, conf.level=0.95)

Welch Two Sample t-test

data:  d$A and d$B
t = 2.1869, df = 17.025, p-value = 0.043
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.00982586 0.54617414
sample estimates:
mean of x mean of y
 17.042    16.764
```

Perhatikan percobaan berikut: ingin diuji kecepatan akses dua buah search engine Google dan Yahoo. Untuk itu, dimintakan 10 orang menggunakan 10 komputer untuk mengakses kedua search engine di masing-masing komputer dan selanjutnya dicatat waktu respon keduanya dan diperoleh data sebagai berikut (**Contoh 2**):

Komputer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Yahoo	16.62	16.75	17.37	17.12	16.98	16.87	17.34	17.02	17.08	17.27
Google	16.85	16.40	17.21	16.35	16.52	17.04	16.96	17.15	16.59	16.57

Pada kasus ini, setiap unit percobaan menghasilkan dua nilai data saling berpasangan yang ingin dibandingkan. Perbandingan data seperti ini disebut dengan **pembandingan berpasangan**, dan statistik uji yang digunakan adalah:

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{S_d / \sqrt{n}} \quad (2.6)$$

dimana

$$d = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_j$$

dan d_j adalah beda antara setiap pasangan data, serta

$$S_d = \left[\frac{\sum_{j=1}^n (d_j - \bar{d}_j)^2}{n - 1} \right]^{1/2} = \left[\frac{\sum_{j=1}^n d_j^2 - \frac{1}{n} (\sum_{j=1}^n d_j)^2}{n - 1} \right]^{1/2}$$

Hipotesis yang akan diuji adalah:

$$H_0 : \mu_d = 0$$

$$H_1 : \mu_d \neq 0$$

```
> t.test(d$A, d$B, paired=TRUE, conf.level=0.95)

Paired t-test

data:  d$A and d$B
t = 2.4562, df = 9, p-value = 0.03639
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 0.02195952 0.53404048
sample estimates:
mean of the differences
 0.278
```

2.4 Kesimpulan

Hipotesis	Statistik Uji	Kriteria Tolak H_0
Ragam diketahui, satu populasi		
$H_0 : \mu = \mu_0$		
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$Z_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$ Z_0 > Z_{\alpha/2}$
$H_1 : \mu < \mu_0$		$Z_0 < -Z_{\alpha}$
$H_1 : \mu > \mu_0$		$Z_0 > Z_{\alpha}$
Ragam diketahui, dua populasi		
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$		
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$Z_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$ Z_0 > Z_{\alpha/2}$
$H_1 : \mu_1 < \mu_2$		$Z_0 < -Z_{\alpha}$
$H_1 : \mu_1 > \mu_2$		$Z_0 > Z_{\alpha}$
Ragam tidak diketahui, satu populasi		
$H_0 : \mu = \mu_0$		
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$t_0 = \frac{\bar{y} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$ t_0 > t_{\alpha/2, n-1}$
$H_1 : \mu < \mu_0$		$t_0 < -t_{\alpha, n-1}$
$H_1 : \mu > \mu_0$		$t_0 > t_{\alpha, n-1}$
Ragam identik tidak diketahui, dua populasi		
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$		
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	$ t_0 > t_{\alpha/2, n_1+n_2-2}$
$H_1 : \mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
$H_1 : \mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
Ragam tidak identik tidak diketahui, dua populasi		
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$		
$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$	$t_0 = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	$ t_0 > t_{\alpha/2, v}$
$H_1 : \mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{\alpha, v}$
$H_1 : \mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{\alpha, v}$

2.5 Latihan

Percobaan dilakukan untuk menguji kecepatan proses empat jenis komputer yang masing-masing memiliki spesifikasi yang sama, kecuali ukuran RAM yang berbeda, yaitu masing-masing 1GB, 2GB, 3GB, dan 4GB. Setiap komputer diberikan suatu program perhitungan tertentu dan diproses kemudian dicatat waktunya. Percobaan dilakukan masing-masing lima kali ulangan, dan hasilnya sebagai berikut:

RAM	1	2	3	4	5
1GB	725	700	715	685	710
2GB	600	651	610	637	629
3GB	565	593	590	579	610
4GB	575	542	530	539	570

Lakukan uji hipotesis setiap pasangan perlakuan dan apa kesimpulannya? Gunakan analisis deskripsi data untuk membantu penarikan kesimpulan.