

Bab 4

Rancangan Faktorial

4.1 Acak Lengkap

Pada bab sebelumnya dibahas percobaan dua faktor tanpa ada interaksi (rancangan acak kelompok) dan percobaan dua atau tiga faktor dengan interaksi dimana tiap faktor memiliki tepat dua level (rancangan faktorial 2^k). Dari kedua topik tersebut dapat disimpulkan bahwa suatu percobaan dapat berupa acak lengkap atau acak kelompok (disebut sebagai **rancangan lingkungan**), dan suatu percobaan dengan perlakuan berupa faktorial atau bukan (disebut sebagai **rancangan perlakuan**). Oleh karena itu, suatu percobaan mungkin berupa rancangan lingkungannya kelompok dan rancangan perlakuannya adalah faktorial. Perhatikan Contoh 6 berikut:

Suatu percobaan dilakukan untuk menelaah pengaruh suhu dan jenis bahan baku terhadap daya tahan battery. Untuk itu dicobakan suhu dengan tiga level (15°F , 70°F , dan 125°F) dan jenis bahan baku juga dengan tiga level (1, 2, dan 3). Percobaan dilakukan dengan empat ulangan sehingga diperoleh data sebagai berikut:

Jenis Bahan	Temperatur ($^{\circ}\text{F}$)					
	15		70		125	
1	130	155	34	40	20	70
	74	180	80	75	82	58
2	150	188	136	122	25	70
	159	126	106	115	58	45
3	138	110	174	120	96	104
	168	160	150	139	82	60

Secara umum, model linier dari percobaan faktorial untuk dua faktor yang masing-masing memiliki level a dan b serta n ulangan adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \epsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1, 2, \dots, a \\ j = 1, 2, \dots, b \\ k = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Hipotesis yang ingin diuji adalah:

$$\begin{aligned} H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \\ H_1 &: \text{sedikitnya ada satu } \tau_i \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_b = 0 \\ H_1 &: \text{sedikitnya ada satu } \beta_i \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: (\tau\beta)_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i, j \\ H_1 &: \text{sedikitnya ada satu } (\tau\beta)_{ij} \neq 0 \end{aligned}$$

Sehingga daftar sidik ragam untuk menguji masing-masing hipotesis adalah:

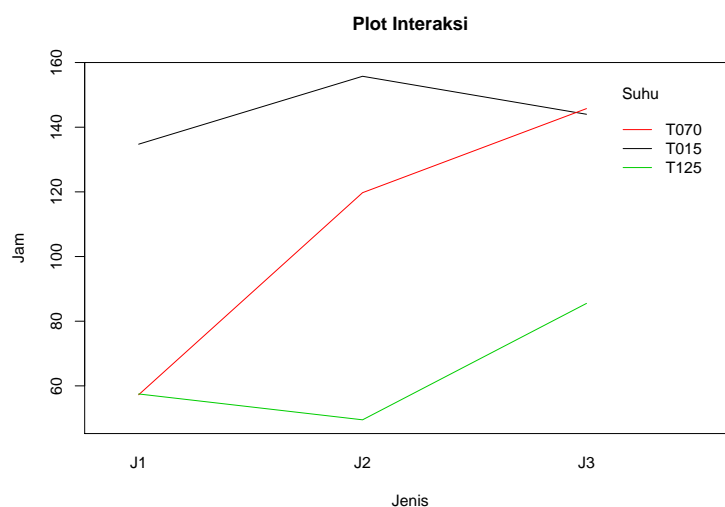
Sumber Keragaman	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_0
A	$a - 1$	$\frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$JK(A)/(a - 1)$	$KT(A)/KT(E)$
B	$b - 1$	$\frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$JK(B)/(b - 1)$	$KT(B)/KT(E)$
AB	$(a - 1)(b - 1)$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - JK(A) - JK(B)$	$JK(AB)/(a - 1)(b - 1)$	$KT(AB)/KT(E)$
Error (Galat)	$ab(n - 1)$	Sisa	$JK(E)/(ab(n - 1))$	
Total	$abn - 1$	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$		

Dari data percobaan Contoh 6 diperoleh hasil sebagai berikut:

```
> d <- read.table(file="data06.dat", header=T)
> d
      JENIS SUHU ULANGAN RESPON
1      J1 T015         1    130
2      J1 T015         2    155
3      J1 T015         3     74
4      J1 T015         4    180
...

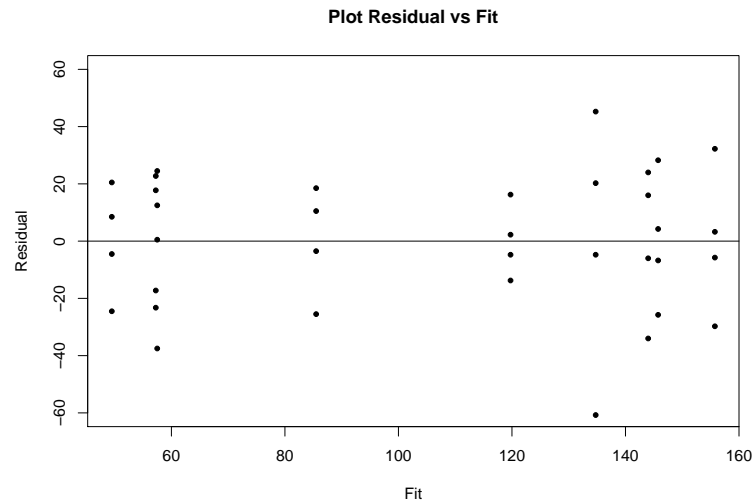
> fit <- aov(RESPON~JENIS+SUHU+JENIS*SUHU, data=d)
> summary(fit)
              Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
JENIS           2  10684   5341.9   7.9114 0.001976 **
SUHU            2  39119  19559.4  28.9677 1.909e-07 ***
JENIS:SUHU      4   9614   2403.4   3.5595 0.018611 *
Residuals     27  18231    675.2

---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
>
> interaction.plot(d$JENIS, d$SUHU, d$RESPON, type="l",
  main="Plot Interaksi", xlab="Jenis", ylab="Jam",
  trace.label="Suhu", col=1:3, lty=1)
```

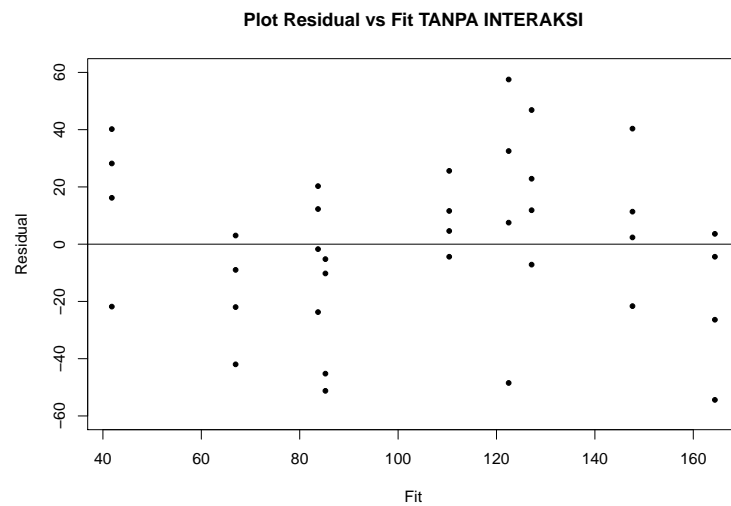


Gambar 4.1: Plot interaksi Jenis Bahan dan Suhu

```
> plot(fit$fitted.values, fit$residuals,  
      main="Plot Residual vs Fit",  
      pch=20, xlab="Fit", ylab="Residual")  
> abline(h=0, pch=20)
```



Gambar 4.2: Plot residual vs nilai percobaan



Gambar 4.3: Plot residual vs nilai untuk model TANPA INTERAKSI

4.2 Acak Kelompok

Suatu rancangan perlakuan faktorial dapat juga dilakukan pada rancangan lingkungan acak kelompok. Artinya, terjadi **blocking** pada setiap unit percobaan yang mendapat suatu kombinasi perlakuan. Perhatikan percobaan Contoh 7 berikut: Suatu percobaan dilakukan untuk melihat kemampuan deteksi suatu radar. Terdapat dua faktor yang mempengaruhinya yaitu gangguan lokasi yang dikelompokkan dalam tiga level (rendah, sedang, dan tinggi), dan jenis filter yang ditempatkan di permukaan radar (jenis filter T1 dan T2). Percobaan dilakukan dengan mengukur kemampuan radar mendeteksi obyek berdasarkan kekuatan sinyal yang diterima. Untuk melakukan itu, dimintakan empat orang operator yang diberi kombinasi setiap level perlakuan. Keahlian masing-masing operator berbeda. Data yang diperoleh sebagai berikut:

Operator Jenis Filter	O1		O2		O3		O4	
	T1	T2	T1	T2	T1	T2	T1	T2
Lokasi								
Rendah	90	86	96	84	100	92	92	81
Sedang	102	87	106	90	105	97	96	80
Tinggi	114	93	112	91	108	95	98	83

Daftar sidik ragam untuk menguji masing-masing hipotesis adalah:

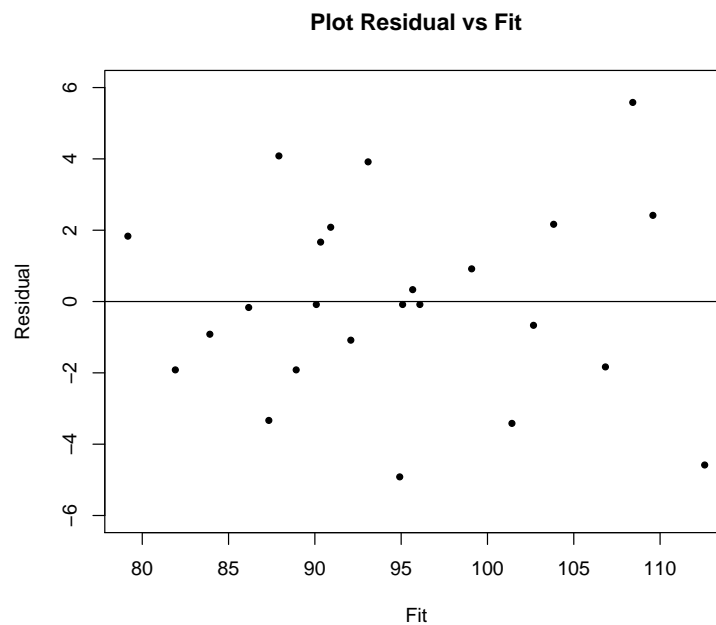
Sumber Keragaman	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_0
Kelompok	$n - 1$	$\frac{1}{ab} \sum_{k=1}^n y_{..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$JK(K)/(n - 1)$	
A	$a - 1$	$\frac{1}{bn} \sum_{i=1}^a y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$JK(A)/(a - 1)$	$KT(A)/KT(E)$
B	$b - 1$	$\frac{1}{an} \sum_{j=1}^b y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$	$JK(B)/(b - 1)$	$KT(B)/KT(E)$
AB	$(a - 1)(b - 1)$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - JK(A) - JK(B)$	$JK(AB)/(a - 1)(b - 1)$	$KT(AB)/KT(E)$
Error (Galat)	$(ab - 1)(n - 1)$	Sisa	$JK(E)/[(ab - 1)(n - 1)]$	
Total	$abn - 1$	$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$		

Dari data percobaan Contoh 7 diperoleh hasil sebagai berikut:

```
> d <- read.table(file="data07.dat", header=T)
> d
  LOKASI FILTER OPERATOR SINYAL
1 Rendah    T1         01     90
2 Rendah    T2         01     86
3 Rendah    T1         02     96
4 Rendah    T2         02     84
...
> fit <- aov(SINYAL~OPERATOR+LOKASI+FILTER+LOKASI*FILTER, data=d)
> summary(fit)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
OPERATOR	3	402.17	134.06	12.0892	0.0002771	***
LOKASI	2	335.58	167.79	15.1315	0.0002527	***
FILTER	1	1066.67	1066.67	96.1924	6.447e-08	***
LOKASI:FILTER	2	77.08	38.54	3.4757	0.0575066	.
Residuals	15	166.33	11.09			

```
>
```



Gambar 4.4: Plot Residual vs Fit Model Penuh