

Regresi Logistik Nominal dengan Fungsi Hubung CLOGLOG

Julio Adisantoso, G16109011/STK

11 Mei 2010

Ringkasan

Regresi logistik merupakan suatu pendekatan pemodelan yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan hubungan beberapa variabel kovariat dengan suatu variabel respon biner. Jika respon adalah multinomial, dimana tidak ada urutan di antara kategori respon, maka digunakan model regresi logistik nominal.

Fungsi hubung yang digunakan pada regresi logistik nominal di sini adalah logit dan cloglog. Hasil analisis menunjukkan bahwa fungsi hubung logit dan cloglog dapat digunakan pada model regresi logistik nominal untuk data yang diberikan, tetapi hasil model logit lebih baik. Namun demikian, kedua model tersebut dapat menjelaskan data dengan baik.

1 Pendahuluan

Hasil pengukuran suatu variabel sering mempunyai ciri berupa dua atau lebih kemungkinan nilai yang dikenal sebagai variabel kategorik. Variabel kategorik yang tidak memiliki urutan disebut sebagai variabel nominal sedangkan yang memiliki urutan disebut variabel ordinal. Kedua jenis variabel ini, baik nominal maupun ordinal sering disebut juga sebagai variabel multinomial.

Dalam analisis data dimana variabel respon adalah nominal, digunakan suatu metode yang merupakan pengembangan dari regresi logistik dan dikenal sebagai regresi logistik nominal atau *nominal logistic regression* (McCullagh & Nelder, 1983). Dengan demikian, model regresi logistik nominal digunakan ketika tidak ada urutan di antara kategori respon.

Seperti halnya regresi logistik binomial, regresi logistik multinomial dapat menggunakan fungsi hubung logit, probit, maupun *complementary log-log* (cloglog). Dobson (2001) memberikan contoh numerik model logistik nominal menggunakan fungsi hubung logit. Laporan ini akan mengkaji mengenai penerapan regresi logistik nominal dengan menggunakan fungsi hubung cloglog.

2 Model

2.1 Regresi Logistik

Regresi logistik merupakan suatu pendekatan pemodelan yang dapat digunakan untuk mendeskripsikan hubungan beberapa variabel kovariat X dengan suatu variabel respon biner (*dichotomous*). Sebagai contoh, didefinisikan peubah acak biner

$$Z = \begin{cases} 1 & \text{jika muncul "sukses"} \\ 0 & \text{jika muncul "gagal"} \end{cases}$$

dengan peluang $P(Z = 1) = \pi$ dan $P(Z = 0) = 1 - \pi$. Jika terdapat n peubah acak Z_1, \dots, Z_n yang saling bebas dengan peluang $P(Z_j = 1) = \pi_j$, dapat didefinisikan

$$Y = \sum_{j=1}^n Z_j$$

yang merupakan banyaknya kejadian "sukses" dalam n percobaan, sehingga Y memiliki sebaran *binomial*(n, π).

Misalkan $P_i = \frac{Y_i}{n_i}$ adalah proporsi kejadian "sukses" dan $E(Y_i) = n_i \pi_i$ serta $E(P_i) = \pi_i$, maka model peluang bagi π_i adalah

$$g(\pi_i) = \mathbf{x}_i^T \beta$$

dimana \mathbf{x}_i adalah vektor kovariat (variabel *dummy* untuk setiap level), β adalah vektor parameter, dan g adalah fungsi hubung.

Fungsi hubung yang dapat digunakan antara lain adalah **probit**, yang menggunakan sebaran Normal yaitu

$$\begin{aligned} \pi &= \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{s - \mu}{\sigma}\right)^2\right) ds \\ &= \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

dimana Φ adalah fungsi peluang kumulatif untuk sebaran normal baku $N(0, 1)$ sehingga

$$\Phi^{-1}(\pi) = \mathbf{x}_i^T \beta$$

Model lainnya adalah **logit**, yaitu model yang menggunakan fungsi hubung logit atau logistik, yang menggunakan model toleransi

$$\pi = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \beta)}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \beta)}$$

sehingga fungsi hubung logit adalah

$$\log\left(\frac{\pi}{1-\pi}\right) = \mathbf{x}_i^T \beta \quad (1)$$

Disamping logit dan probit, terdapat model **complementary log log** atau sering disingkat menjadi **cloglog** yang menggunakan model toleransi

$$\pi = 1 - \exp[-\exp(\mathbf{x}_i^T \beta)] \quad (2)$$

sehingga fungsi hubung cloglog adalah

$$\log[-\log(1-\pi)] = \mathbf{x}_i^T \beta \quad (3)$$

2.2 Regresi Logistik Nominal

Model regresi logistik nominal digunakan ketika tidak ada urutan di antara kategori respon. Satu kategori diantaranya dipilih sebagai **kategori acuan**. Misalnya terdapat J kategori respon dan kategori 1 sebagai acuan, maka model logit untuk kategori selain kategori acuan dapat dituliskan sebagai

$$\text{logit}(\pi_j) = \log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = \mathbf{x}_j^T \beta_j, \text{ untuk } j = 2, \dots, J \quad (4)$$

Terdapat $(J-1)$ persamaan logit digunakan secara simultan untuk menduga parameter β_j sehingga penduga linier dari $\mathbf{x}_j^T \beta_j$ dapat dihitung. Dari persamaan (4) dapat diperoleh

$$\hat{\pi}_j = \hat{\pi}_1 \exp(\mathbf{x}_j^T \hat{\beta}_j)$$

Karena $\hat{\pi}_1 + \hat{\pi}_2 + \dots + \hat{\pi}_J = 1$, maka dapat diperoleh

$$\begin{aligned} \hat{\pi}_1 &= \frac{1}{1 + \sum_{j=2}^J \exp(\mathbf{x}_j^T \hat{\beta}_j)} \\ \hat{\pi}_j &= \frac{\exp(\mathbf{x}_j^T \hat{\beta}_j)}{1 + \sum_{j=2}^J \exp(\mathbf{x}_j^T \hat{\beta}_j)}, \text{ untuk } j = 2, \dots, J \end{aligned} \quad (5)$$

2.3 Fungsi Hubung CLOGLOG

Pada model regresi logistik nominal sebelumnya, digunakan fungsi hubung logit sehingga diperoleh model peluang logit seperti tercantum pada persamaan (5). Jika menggunakan fungsi hubung cloglog, maka berdasarkan persamaan (2) diperoleh model peluang untuk kategori ke- j dengan fungsi hubung cloglog adalah

$$\pi_j = 1 - \exp[-\exp(\mathbf{x}_j^T \beta_j)] \quad (6)$$

Sebagai ilustrasi, misalkan terdapat tiga kategori untuk variabel respon, yaitu 1, 2, dan 3. McCullagh & Nelder (1983) menyusun respon secara hirarki, dimulai dengan membagi observasi n menjadi dua bagian yaitu $P; y_1$ dan $\bar{P}; n - y_1$. Selanjutnya, $\bar{P}; n - y_1$ dibagi menjadi $P; y_2$ dan $\bar{P}; n - y_1 - y_2$, dan akhirnya $\bar{P}; n - y_1 - y_2$ dibagi menjadi $P; y_3$ dan $\bar{P}; n - y_1 - y_2 - y_3$, dimana P adalah kejadian "sukses". Dengan demikian, peluang masing-masing tahap dapat dituliskan seperti pada Tabel 1.

Tabel 1: Peluang dan odd masing-masing tahapan

Tahap	Respon	Peluang	Odd
1	$Y_1 n$	π_1	$\pi_1 / (1 - \gamma_1)$
2	$Y_2 n - y_1$	$\pi_2 / (1 - \gamma_1)$	$\pi_2 / (1 - \gamma_2)$
3	$Y_3 n - y_1 - y_2$	$\pi_3 / (1 - \gamma_2)$	$\pi_1 / (1 - \gamma_3)$

Oleh karena itu, dari Tabel 1 dapat diperoleh model linier untuk fungsi hubung $g(\cdot)$ sebagai

$$\begin{aligned} g(\pi_1) &= \mathbf{x}_1^T \beta_1 \\ g\left(\frac{\pi_2}{1 - \gamma_1}\right) &= \mathbf{x}_2^T \beta_2 \\ g\left(\frac{\pi_3}{1 - \gamma_2}\right) &= \mathbf{x}_3^T \beta_3 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan fungsi hubung cloglog, diperoleh model linier untuk setiap kategori adalah

$$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\pi_j}{1 - \gamma_j}\right)\right) = \mathbf{x}_j^T \beta_j, \text{ untuk } j = 2, 3 \quad (7)$$

3 Analisis Data

3.1 Bahan dan Metode

Analisis data dilakukan terhadap contoh 8.3.1 pada buku Dobson (2001), yaitu hasil survei tentang persepsi responden untuk memilih mobil berdasarkan pentingnya fitur yang ada (dalam hal ini adalah AC dan *power steering*). Responden

dikategorikan berdasarkan jenis kelamin (dua kategori) dan usia (tiga kategori), sedangkan persepsi responden terhadap fitur mobil dibagi ke dalam tiga kategori, yaitu tidak terlalu penting, penting, dan sangat penting (Tabel 2).

Tabel 2: Data yang dianalisis

Sex	Age	No or little importance	Important	Very Important	Total
Women	18-23	26 (58%)	12 (27%)	7 (16%)	45
	24-40	9 (20%)	21 (47%)	15 (33%)	45
	> 40	5 (8%)	14 (23%)	41 (68%)	60
Men	18-30	40 (62%)	17 (26%)	8 (12%)	65
	24-40	17 (39%)	15 (34%)	12 (27%)	44
	> 40	8 (20%)	15 (37%)	18 (44%)	41
Total		105	94	101	300

Data dianalisis menggunakan program SAS v9.1 untuk fungsi hubung logit dan cloglog. Fungsi hubung logit dilakukan untuk memeriksa kebenaran prosedur dan penulisan format data, serta untuk membandingkan dengan hasil fungsi hubung cloglog. Model regresi logistik nominal dengan fungsi hubung logit dapat dituliskan sebagai

$$\log\left(\frac{\pi_j}{\pi_1}\right) = \beta_{0j} + \beta_{1j}x_1 + \beta_{2j}x_2 + \beta_{3j}x_3, \text{ untuk } j = 2, 3$$

dan model dengan fungsi hubung cloglog adalah

$$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\pi_j}{1 - \pi_1}\right)\right) = \mathbf{x}_j^T \beta_j, \text{ untuk } j = 2, 3$$

dimana

$$x_1 = \begin{cases} 1 & \text{untuk laki-laki} \\ 0 & \text{untuk perempuan} \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} 1 & \text{untuk usia 24-40 tahun} \\ 0 & \text{untuk selainnya} \end{cases}$$

$$x_3 = \begin{cases} 1 & \text{untuk usia } > 40 \text{ tahun} \\ 0 & \text{untuk selainnya} \end{cases}$$

3.2 Hasil Analisis

Data disusun dan dibaca dengan prosedur SAS sebagai berikut:

```

data tugas2;
input count y x1 x2 x3 $ @@@@@;
datalines;
26 0 0 0 0 12 1 0 0 0 7 2 0 0 0
 9 0 0 1 0 21 1 0 1 0 15 2 0 1 0
 5 0 0 0 1 14 1 0 0 1 41 2 0 0 1
40 0 1 0 0 17 1 1 0 0 8 2 1 0 0
17 0 1 1 0 15 1 1 1 0 12 2 1 1 0
 8 0 1 0 1 15 1 1 0 1 18 2 1 0 1
;

```

Selanjutnya digunakan PROC LOGISTIC untuk menduga regresi logistik nominal dengan fungsi hubung logit sebagai berikut:

```

proc logistic data=tugas2;
weight count;
model y (REFERENCE="0")= x1 x2 x3/link=glogit
      scale=none aggregate;
output out = hasil PRED=PREDICTED PREDPROBS=I C;
run;

```

Hasil analisis regresi logistik nominal dengan fungsi hubung logit menghasilkan pendugaan parameter yang sama dengan yang dihasilkan oleh Dobson (2001) seperti yang tercantum pada Tabel 3 dan Tabel 4. Hasil rasio *odds* dengan program SAS dan menurut Dobson (2001) dicantumkan pada Tabel 5.

Untuk melakukan analisis regresi logistik nominal, dibuat variabel *dummy* untuk kategori respon sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \begin{cases} 1 & \text{untuk } y = 1 \\ 0 & \text{untuk selainnya} \end{cases} \\
 y_2 &= \begin{cases} 1 & \text{untuk } y = 2 \\ 0 & \text{untuk selainnya} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Tabel 3: Hasil pendugaan parameter dengan program SAS

Parameter	y	DF	Estimate	Error	Standard Chi-Square	Wald Pr>ChiSq
Intercept	1	1	-0.5908	0.2840	4.3286	0.0375
Intercept	2	1	-1.0391	0.3305	9.8843	0.0017
x1	1	1	-0.3881	0.3005	1.6677	0.1966
x1	2	1	-0.8129	0.3210	6.4122	0.0113
x2	1	1	1.1283	0.3416	10.9059	0.0010
x2	2	1	1.4780	0.4009	13.5912	0.0002
x3	1	1	1.5876	0.4029	15.5270	<.0001
x3	2	1	2.9165	0.4229	47.5594	<.0001

Tabel 4: Hasil pendugaan parameter menurut Dobson (2001)

Parameter β	Estimate b (std. error)	Odds ratio, $OR = e^b$	95% confidence interval
$\log(\pi_2/\pi_1)$			
π_{02} : constant	-0.591 (0.284)		
π_{12} : men	-0.388 (0.301)	0.68	(0.38, 1.22)
π_{22} : 24-40	1.128 (0.342)	3.09	(1.58, 6.04)
π_{32} : >40	1.588 (0.403)	4.89	(2.22, 10.78)
$\log(\pi_3/\pi_1)$			
π_{03} : constant	-1.039 (0.331)		
π_{13} : men	-0.813 (0.321)	0.44	(0.24, 0.83)
π_{23} : 24-40	1.478 (0.401)	4.38	(2.00, 9.62)
π_{33} : > 40	2.917 (0.423)	18.48	(8.07, 42.34)

Dengan demikian, prosedur SAS untuk membaca data adalah sebagai berikut:

```

data tugas2;
input count y y1 y2 x1 x2 x3 $ @@@@@@@;
datalines;
26 0 0 0 0 0 0 12 1 1 0 0 0 0 7 2 0 1 0 0 0
 9 0 0 0 0 1 0 21 1 1 0 0 1 0 15 2 0 1 0 1 0
 5 0 0 0 0 0 1 14 1 1 0 0 0 1 41 2 0 1 0 0 1
40 0 0 0 1 0 0 17 1 1 0 1 0 0 8 2 0 1 1 0 0
17 0 0 0 1 1 0 15 1 1 0 1 1 0 12 2 0 1 1 1 0
 8 0 0 0 1 0 1 15 1 1 0 1 0 1 18 2 0 1 1 0 1 ;

```

Tabel 5: Hasil pendugaan rasio *odd* dengan program SAS

Effect	y	Point	95% Wald	
		Estimate	Confidence Limits	
x1	1	0.678	0.376	1.223
x1	2	0.444	0.236	0.832
x2	1	3.090	1.582	6.037
x2	2	4.384	1.998	9.620
x3	1	4.892	2.221	10.775
x3	2	18.477	8.066	42.327

Selanjutnya digunakan PROC LOGISTIC untuk menduga regresi logistik nominal dengan fungsi hubung cloglog sebagai berikut:

```

proc logistic data=tugas2;
weight count;
model y1 (REFERENCE="0")= x1 x2 x3/link=glogit
      scale=none aggregate;
output out = hasil1 PRED=PREDICTED PREDPROBS=I C;
run;

proc logistic data=tugas2;
weight count;
model y2 (REFERENCE="0")= x1 x2 x3/link=glogit
      scale=none aggregate;
output out = hasil2 PRED=PREDICTED PREDPROBS=I C;
run;

```

Tabel 6 menunjukkan pendugaan parameter sebagai hasil analisis regresi logistik nominal dengan fungsi hubung cloglog. Model yang diperoleh berdasarkan hasil pendugaan parameter sebagai berikut

$$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\hat{\pi}_2}{1 - \hat{\pi}_1}\right)\right) = -1.1857 + 0.0027x_1 + 0.5272x_2 + 0.1012x_3$$

$$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\hat{\pi}_3}{1 - \hat{\pi}_1}\right)\right) = -1.6593 + 0.4867x_1 - 0.8587x_2 + 1.7301x_3$$

Secara lengkap, hasil fit model untuk model logit dan cloglog disajikan pada Tabel 7. Model regresi logistik nominal dengan fungsi hubung cloglog menunjukkan hasil yang kurang fit dibanding fungsi hubung logit. Hal ini dapat dilihat dari jumlah kuadrat dari *residual Pearson* untuk model logit sebesar 3.9265, sedangkan jumlah kuadrat dari *residual Pearson* untuk model cloglog lebih besar, yaitu 4.5112.

Tabel 6: Hasil pendugaan parameter model cloglog

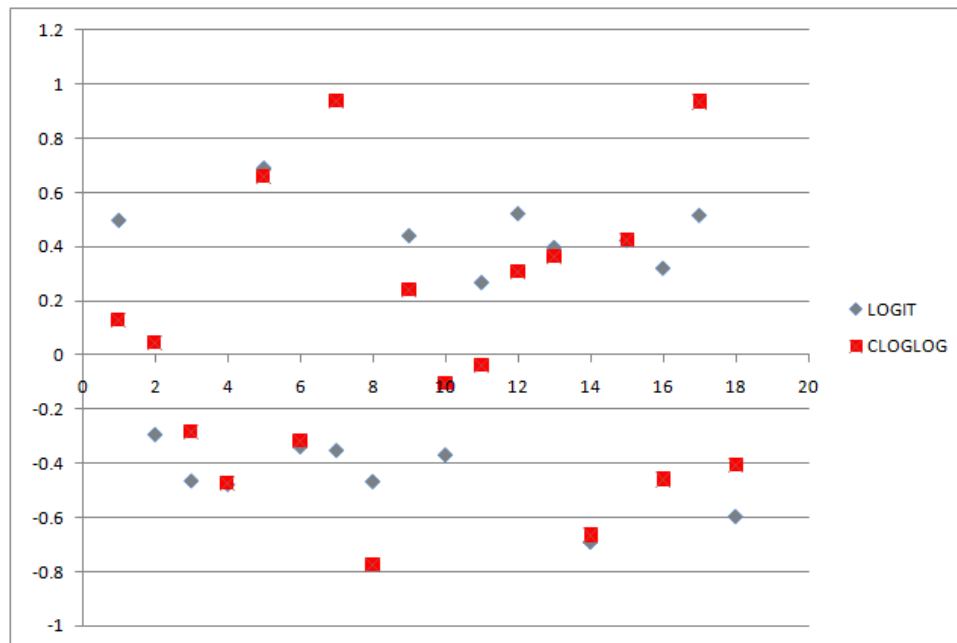
Parameter	Estimate	Error	Standard Chi-Square	Wald Pr>ChiSq
$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\pi_2}{1-\pi_1}\right)\right)$: penting				
β_{02} :constant	-1.1857	0.2240	28.0185	<.0001
β_{12} :laki-laki	0.0027	0.2100	0.0002	0.9897
β_{22} :24-40	0.5272	0.2521	4.3717	0.0365
β_{32} :>40	0.1012	0.2666	0.1442	0.7041
$\log\left(-\log\left(1 - \frac{\pi_3}{1-\pi_1}\right)\right)$: penting				
β_{03} :constant	-1.6593	0.2777	35.6922	<.0001
β_{13} :laki-laki	-0.4867	0.2106	5.3435	0.0208
β_{23} :24-40	0.8587	0.3239	7.0287	0.0080
β_{33} :>40	1.7301	0.2931	34.8489	<.0001

Deviance untuk model logit sebesar 3.9387, hampir sama dengan nilai *residual Pearson* (3.9265). Jika dibandingkan dengan nilai $\chi^2(4; 0.05) = 7.81$, maka dapat disimpulkan bahwa model nominal regresi dengan fungsi hubung logit dapat menjelaskan data dengan baik.

Dibandingkan dengan model cloglog, *residual Pearson* sebesar 4.5112 dan *deviance* yang hampir sama, yaitu sebesar 4.6243, jika dibandingkan dengan nilai $\chi^2(4)$, maka dapat disimpulkan bahwa model nominal regresi dengan fungsi hubung cloglog juga dapat menjelaskan data dengan baik. Namun demikian, model logit lebih baik dibanding dengan model cloglog. Hal ini juga dapat dilihat pada plot residual antara model logit dengan model cloglog.

4 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis regresi nominal menggunakan fungsi hubung cloglog untuk model regresi logistik nominal, diperoleh beberapa kesimpulan, yaitu fungsi hubung cloglog dapat digunakan pada model regresi logistik nominal untuk data yang diberikan pada contoh 8.3.1 (Dobson, 2001), tetapi hasilnya kurang baik dibanding dengan fungsi hubung logit. Disamping itu, nilai *residual Pearson* dan *deviance* untuk model logit lebih kecil dibanding model cloglog, tetapi keduanya tidak menunjukkan pengaruh yang nyata. Dengan demikian, kedua model tersebut dapat menjelaskan data dengan baik. Namun demikian, terdapat perbedaan pada statistik uji penduga parameter pada model Logit dan Cloglog. Hal ini diduga karena adanya pengaruh dispersi pada model cloglog.



Gambar 1: Plot residual model logit dan cloglog

5 Daftar Pustaka

- Agresti, A. 2007. *An Introduction to Categorical Data Analysis*. 2nd Ed. John Wiley and Sons, Inc.
- Dobson, A.J. 2001. *An Introduction to Generalized Linear Models*. Chapman Hall/CRC Texts in Statistical Science Series.
- McCullagh, P. and Nelder, J.A. 1983. *Generalized Linear Models*. 2nd Ed. Chapman and Hall.
- Ying-So and Kuhfeld, W.F. 1990. *Multinomial Logit Models*. SUGI 20 proceedings

Tabel 7: Hasil pendugaan parameter dengan fungsi hubung Logit dan Cloglog

JK	Usia	Y	N	Model Logit			Model CLoglog		
				Prob	Fit	Residual	Prob	Fit	Residual
Women	18-23	1	26	0.5242	23.5890	0.4964	0.5635	25.3557	0.1280
		2	12	0.2903	13.0653	-0.2947	0.2633	11.8472	0.0444
		3	7	0.1855	8.3457	-0.4658	0.1733	7.7972	-0.2855
	24-40	1	9	0.2346	10.5566	-0.4791	0.2342	10.5372	-0.4736
		2	21	0.4015	18.0689	0.6896	0.4041	18.1832	0.6606
		3	15	0.3639	16.3746	-0.3397	0.3618	16.2797	-0.3172
	>40	1	5	0.0976	5.8554	-0.3535	0.0550	3.2982	0.9371
		2	14	0.2644	15.8658	-0.4684	0.2869	17.2122	-0.7743
		3	41	0.6380	38.2788	0.4398	0.6582	39.4896	0.2404
Men	18-23	1	40	0.6525	42.4099	-0.3701	0.6257	40.6731	-0.1055
		2	17	0.2452	15.9348	0.2669	0.2639	17.1529	-0.0369
		3	8	0.1024	6.6554	0.5212	0.1104	7.1741	0.3084
	24-40	1	17	0.3510	15.4436	0.3961	0.3539	15.5716	0.3620
		2	15	0.4075	17.9313	-0.6922	0.4049	17.8160	-0.6672
		3	12	0.2415	10.6256	0.4216	0.2412	10.6124	0.4260
	>40	1	8	0.1743	7.1459	0.3195	0.2295	9.4079	-0.4590
		2	15	0.3203	13.1339	0.5149	0.2875	11.7887	0.9353
		3	18	0.5054	20.7202	-0.5976	0.4830	19.8034	-0.4053
Jumlah Kuadrat						3.9265		4.5112	

6 Lampiran

Output SAS untuk model dengan fungsi hubung Logit

The LOGISTIC Procedure

Model Information

Data Set	WORK.TUGAS2
Response Variable	y
Number of Response Levels	3
Weight Variable	count
Model	generalized logit
Optimization Technique	Fisher's scoring
Number of Observations Read	18
Number of Observations Used	18
Sum of Weights Read	300
Sum of Weights Used	300

Response Profile

Ordered Value	y	Total Frequency	Total Weight
1	0	6	105.00000
2	1	6	94.00000
3	2	6	101.00000

Logits modeled use y=0 as the reference category.

Model Convergence Status

Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.

Deviance and Pearson Goodness-of-Fit Statistics

Criterion	Value	DF	Value/DF	Pr > ChiSq
Deviance	3.9387	4	0.9847	0.4144
Pearson	3.9266	4	0.9816	0.4160

Number of unique profiles: 6

Model Fit Statistics

Criterion	Intercept Only	Intercept and Covariates
AIC	662.544	596.702
SC	664.325	603.825
-2 Log L	658.544	580.702

Testing Global Null Hypothesis: BETA=0

Test	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	77.8419	6	<.0001
Score	74.9761	6	<.0001
Wald	62.9703	6	<.0001

Type 3 Analysis of Effects

Effect	DF	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
x1	2	6.4173	0.0404
x2	2	17.5366	0.0002
x3	2	47.5933	<.0001

Analysis of Maximum Likelihood Estimates

Parameter	y	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	1	-0.5908	0.2840	4.3286	0.0375
Intercept	2	1	-1.0391	0.3305	9.8843	0.0017
x1	1	1	-0.3881	0.3005	1.6677	0.1966
x1	2	1	-0.8129	0.3210	6.4122	0.0113
x2	1	1	1.1283	0.3416	10.9059	0.0010
x2	2	1	1.4780	0.4009	13.5912	0.0002
x3	1	1	1.5876	0.4029	15.5270	<.0001
x3	2	1	2.9165	0.4229	47.5594	<.0001

Odds Ratio Estimates

Effect	y	Point Estimate	95% Wald Confidence Limits	
x1	1	0.678	0.376	1.223
x1	2	0.444	0.236	0.832
x2	1	3.090	1.582	6.037
x2	2	4.384	1.998	9.620
x3	1	4.892	2.221	10.775
x3	2	18.477	8.066	42.327

Output SAS untuk model dengan fungsi hubung Cloglog (y=1)

The LOGISTIC Procedure

Model Information

Data Set	WORK.TUGAS2
Response Variable	y1
Number of Response Levels	2
Weight Variable	count
Model	binary cloglog
Optimization Technique	Fisher's scoring
Number of Observations Read	18
Number of Observations Used	18
Sum of Weights Read	300
Sum of Weights Used	300

Response Profile

Ordered Value	y1	Total Frequency	Total Weight
1	0	12	206.00000
2	1	6	94.00000

Probability modeled is y1=1.

Model Convergence Status

Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.

Deviance and Pearson Goodness-of-Fit Statistics

Criterion	Value	DF	Value/DF	Pr > ChiSq
Deviance	3.5374	2	1.7687	0.1706
Pearson	3.5533	2	1.7766	0.1692

Number of unique profiles: 6

Model Fit Statistics

Criterion	Intercept Only	Intercept and Covariates
AIC	375.045	376.126
SC	375.935	379.687
-2 Log L	373.045	368.126

Testing Global Null Hypothesis: BETA=0

Test	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	4.9193	3	0.1778
Score	5.0281	3	0.1697
Wald	5.1056	3	0.1642

Analysis of Maximum Likelihood Estimates

Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-1.1857	0.2240	28.0185	<.0001
x1	1	0.00272	0.2100	0.0002	0.9897
x2	1	0.5272	0.2521	4.3717	0.0365
x3	1	0.1012	0.2666	0.1442	0.7041

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses

Percent Concordant	33.3	Somers' D	0.000
Percent Discordant	33.3	Gamma	0.000
Percent Tied	33.3	Tau-a	0.000
Pairs	72	c	0.500

Output SAS untuk model dengan fungsi hubung Cloglog (y=2)

The LOGISTIC Procedure

Model Information

Data Set	WORK.TUGAS2
Response Variable	y2
Number of Response Levels	2
Weight Variable	count
Model	binary cloglog
Optimization Technique	Fisher's scoring
Number of Observations Read	18
Number of Observations Used	18
Sum of Weights Read	300
Sum of Weights Used	300

Response Profile

Ordered Value	y2	Total Frequency	Total Weight
1	0	12	199.00000
2	1	6	101.00000

Probability modeled is y2=1.

Model Convergence Status

Convergence criterion (GCONV=1E-8) satisfied.

Deviance and Pearson Goodness-of-Fit Statistics

Criterion	Value	DF	Value/DF	Pr > ChiSq
Deviance	1.0869	2	0.5434	0.5808
Pearson	1.0890	2	0.5445	0.5801

Number of unique profiles: 6

Model Fit Statistics

Criterion	Intercept Only	Intercept and Covariates
AIC	385.280	336.475
SC	386.170	340.037
-2 Log L	383.280	328.475

Testing Global Null Hypothesis: BETA=0

Test	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq
Likelihood Ratio	54.8045	3	<.0001
Score	51.9820	3	<.0001
Wald	48.2341	3	<.0001

Analysis of Maximum Likelihood Estimates

Parameter	DF	Estimate	Standard Error	Wald Chi-Square	Pr > ChiSq
Intercept	1	-1.6593	0.2777	35.6922	<.0001
x1	1	-0.4867	0.2106	5.3435	0.0208
x2	1	0.8587	0.3239	7.0287	0.0080
x3	1	1.7301	0.2931	34.8489	<.0001

Association of Predicted Probabilities and Observed Responses

Percent Concordant	41.7	Somers' D	0.000
Percent Discordant	41.7	Gamma	0.000
Percent Tied	16.7	Tau-a	0.000
Pairs	72	c	0.500